Lavagnon A. Ika
Département des sciences administratives
Université du Québec en Outaouais

RePAd Working Paper No. 162006

ANALYSE DE LA VALEUR ACQUISE EN CONTEXTE D'INTERDÉPENDANCE DES CHEMINS : LA SOLUTION PNET[1]

En gestion de projet, le dépassement des délais ou des coûts est fréquent. Le contrôle de projet ou la mesure de la performance s'avère important. À cet égard, l'outil de mesure de performance disponible est la valeur acquise, laquelle repose sur une planification de base PERT / CPM. Dans un travail récent, Ika (2004), après avoir relevé un certain nombre d'erreurs pouvant être considérées dans la détermination de la valeur acquise, a proposé une méthode pour analyser la valeur acquise dans un contexte d'interdépendance des chemins, dans les conditions d'une distribution bêta de la durée des activités, d'un PERT avec deux estimations et de la méthode stochastique PNET (Probabilistic network evaluation technique). Dans cet article, nous présentons, à l'aide d'un traitement numérique, une procédure rigoureuse pour déterminer la distribution du nombre d'activités complétées sur un chemin ou sur le projet dans son ensemble à un temps t et établir un intervalle de confiance autour de la valeur acquise.

Mots clés : *Gestion de projet, Valeur acquise, PERT/CPM, Performance de projet, Interdépendance des chemins.*

Introduction

En gestion de projet, le dépassement des délais et des coûts est fréquent. Le problème de la mesure de la performance ou du contrôle des projets se pose avec acuité dans ces temps de coupures budgétaires et dans un contexte de gestion axée sur les résultats. La performance des projets se mesure en général par le triangle « délai, coût, qualité » que certains professionnels appellent encore « *Sainte Trinité* » (Hazebroucq et Badot, 1996, p.35). Dans le cadre du contrôle de projet, l'outil de mesure de la performance disponible est la valeur acquise. Trois mesures- clés de performance des coûts sont fondamentales pour l'analyse de la valeur acquise : le coût réel du travail réalisé au temps t (R_t), le coût budgétisé du travail réalisé ou valeur acquise au temps t (V_t) et le coût planifié du travail prévu pour le temps t (P_t). D'un point de vue professionnel, les gestionnaires recourent à l'analyse de la valeur acquise pour évaluer, lors de la mise à jour du projet à un moment donné dans le temps, la performance, en termes de délai et de coût et suggérer, en cas d'écart important avec ce qui a été planifié, des actions correctives (Fleming et Koppelman, 2000). C'est donc un outil utile et puissant de mesure de la performance qui tienne à la fois compte des délais et des coûts, aspects quantitatifs par excellence du triangle délai, coût, qualité (Anbari, 2003; Pham, 1985 ; Vargas, 2003).

[1] PNET (Probabilistic Network Evaluation Technique). This paper can be downloaded from REPAD.org: http://ideas.repec.org/p/pqs/wpaper/162006.html

Prière adresser toute correspondance à Lavagnon A. Ika, Université du Québec en Outaouais, C. P. 1250, succ. B, Gatineau (Québec) J8X 3X7; Tél. : (819) 595-3900; Fax: (819) 773-1747 ; Courriel : lavagnon.ika@uqo.ca

Certes, l'outil pose problème, tout au moins dans l'esprit de ses détracteurs. Ces derniers avancent qu'il est plutôt difficile à utiliser, un argument que ses défenseurs rejettent souvent en faveur de son importance pratique (Fleming et Koppelman, 2000 ; Anbari, 2003). Quoi qu'il en soit, combiner l'analyse de la valeur acquise à la méthode du chemin critique (CPM) a, par le passé, été proposé pour profiter des avantages des deux outils en vue d'une amélioration de l'évaluation de la performance (Brown, 1985). En effet, si ce dernier outil se concentre trop sur le chemin critique – et de ce fait, néglige les autres activités du projet – le premier, plus enclin à mesurer l'avancement en termes monétaires, ne considère pas adéquatement le chemin critique (Brown, 1985). L'analyse de la valeur acquise repose sur une planification de base PERT / CPM, deux techniques concourantes et synergiques. Le lien entre l'analyse de la valeur acquise et PERT / CPM est donc reconnu (Anbari, 2003, p. 19).

Or, la littérature de la gestion de projet reconnaît que des erreurs dans les données de base du PERT et des erreurs liées à la configuration particulière des réseaux dans PERT peuvent biaiser la détermination de la durée totale du projet et de sa variance[2] (voir par exemple, Archibald et Villoria, 1967). Par exemple, dans le contexte d'une estimation probabiliste de la durée du projet avec PERT, le calcul de la durée espérée et de la variance du projet repose sur l'estimation des durées de réalisation optimiste (a), plus probable (m) et pessimiste (b) des activités et une distribution bêta de leur durée. Ces estimations étant souvent présentées sous une forme régulière et symétrique du type 20-30-40, elles peuvent être incorrectes. La valeur supposée de l'écart-type de la durée d'une activité découle de la théorie des probabilités et n'est certainement pas la vraie valeur de l'écart-type de la distribution bêta.

Plus particulièrement, dans le calcul des paramètres de la variable aléatoire donnant la durée totale du projet (durée totale espérée et variance), l'hypothèse d'indépendance des durées des activités a été retenue pour des raisons de commodité (Aquino, 1992). Or, deux ou plusieurs chemins du réseau PERT peuvent souvent partager des activités en commun et, *de facto*, violer l'hypothèse d'indépendance des durées des chemins (Ang, Abdelnour et Chaker, 1975; Archibald et Villoria, 1967). L'hypothèse d'indépendance des durées des chemins est alors une considération sujette à des erreurs non négligeables (Soroush, 1994). Ce qui justifie la prise en compte de l'hypothèse plus réaliste d'interdépendance des durées des chemins dans le calcul du temps de réalisation du projet dans PERT pour améliorer les chances d'obtenir une probabilité plus juste de compléter le projet à temps. Seulement prendre en compte l'interdépendance ou la corrélation des durées des chemins, c'est accepter de faire face à un calcul fastidieux mais nécessaire et compliqué des chances de compléter le projet en dedans du temps t donné compte tenu de la nature multi-activités et multi-chemins du réseau.

Plusieurs chercheurs (par exemple, Soroush, 1994 ; Ang, Abdelnour et Chaker, 1975) ont étudié le problème et ont suggéré de recourir si l'envergure du projet l'autorise, à la simulation de Monte Carlo, ou à une approximation par des heuristiques ou encore de borner la probabilité de compléter le projet à une date t donnée dans un intervalle. Cette dernière méthode (l'algorithme du Probabilistic Network Evaluation Technique, PNET) est stochastique et les bornes inférieure et supérieure sont respectivement les probabilités de compléter le projet dans les hypothèses d'indépendance et de dépendance statistique des chemins (Ang, Abdelnour et Chaker, 1975). Même s'il existe, de nos jours, des logiciels simples, peu dispendieux et conviviaux tels que *@Risk for Project* pour faire la simulation, il est, d'un point de vue théorique, intéressant d'explorer la solution PNET et possiblement comparer les résultats.

Étant donné que l'analyse de la valeur acquise repose sur une planification de base PERT / CPM, même s'il est difficile de trouver des travaux qui documentent les insuffisances ou les lacunes éventuelles de l'analyse de la valeur acquise (sauf les problèmes liés à son utilisation pratique), il est cependant

[2] Voir par exemple, Ika (2004) pour une discussion détaillée des erreurs qui entachent les estimations de PERT / CPM. Nous n'insisterons pas sur les erreurs qui affectent les données de base du PERT mais nous reviendrons cependant sur les erreurs liées à la configuration particulière des réseaux dans PERT.

raisonnable de penser que des erreurs qui entachent les estimations de PERT / CPM vont affecter la précision de la valeur acquise. Cette question ne semble pas, au meilleur de notre connaissance, avoir été abordée par les auteurs. C'est dans cette optique que dans un premier travail (Ika, 2004), nous avons proposé une procédure en 5 points basée sur autant de prémisses pour analyser la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins.

Dans cet article, la solution PNET va être mise à contribution pour analyser la valeur acquise en contexte d'incertitude sur les durées des activités, d'interdépendance des chemins du réseau et d'un PERT avec deux estimations. C'est là l'objectif de la présente recherche. De façon plus spécifique, elle vise à déterminer la distribution du nombre d'activités complétées sur un chemin ou sur le projet dans son ensemble à un moment donné et à établir un intervalle de confiance pour estimer la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins avec la solution PNET.

Dans un premier temps, nous discuterons des erreurs liées à la configuration particulière des réseaux dans PERT et surtout de l'hypothèse d'interdépendance des chemins avant d'exposer la méthode développée par Ika (2004) et de l'illustrer, de façon rigoureuse, à l'aide d'un traitement numérique.

I) Le calcul de la durée totale espérée dans PERT et les erreurs liées à la configuration particulière des réseaux

1. Le calcul des paramètres de la variable aléatoire durée totale du projet

Dans le contexte d'une estimation probabiliste de la durée du projet avec PERT, le calcul de la durée espérée et de la variance du projet repose sur l'estimation des durées de réalisation optimiste (a), plus probable (m) et pessimiste (b) des activités et une distribution bêta de leur durée. Les estimations respectives de temps espéré (te)[1] et d'écart - type (σ) de la durée de chaque activité sont :

$$te = (a + 4m + b)/6 \quad \text{et} \quad s = (b - a)/6 \qquad \textbf{(1)}$$

En appliquant le théorème central limite, PERT considère que la durée totale du projet est la somme des temps espérés des activités critiques et la variance de la durée totale du projet est la somme des variances des durées des activités critiques (Aquino, 1992).

Une attention particulière devra être portée sur les données de base du PERT pour minimiser les erreurs qui entachent la détermination des temps espérés et des variances et par conséquent la probabilité de réaliser le projet à temps. Seulement, dans l'hypothèse où les données de base du PERT ne souffrent d'aucun biais – en d'autres termes si la distribution de la durée des activités, leur temps espéré et leur variance sont correctement estimés – il est possible que des erreurs significatives liées à la configuration particulière des réseaux entachent toujours la valeur de la durée totale du projet et sa variance et donc, le calcul des chances de compléter le projet à temps. Ainsi l'hypothèse de la distribution bêta de la durée des activités, les estimations (te) et (σ), le déterminisme dans la détermination du chemin critique, le parallélisme des chemins, l'indépendance des durées des chemins sont autant de considérations sujettes à des erreurs non négligeables. [Archibald et Villoria (1967); MacLeod et Petersen, (1996); Soroush (1994); Ika (2004)].

2. Les erreurs liées à la configuration particulière des réseaux dans PERT

a) Le déterminisme dans la détermination du chemin critique

[1] Le temps espéré fait en réalité l'objet d'une approximation linéaire dans la mesure où la vraie valeur du te est plutôt une racine d'une équation cubique. Voir Golenko-Ginzburg (1988) pour plus de détails.

La détermination du chemin critique dans PERT porte exclusivement sur les durées espérées des activités de sorte que l'élément stochastique, soit la variance des durées des activités, n'est pris en compte qu'en fin d'analyse dans le calcul de la probabilité de compléter le projet à temps (Robinson 1997). En conséquence, l'analyse du chemin critique est réduite à une forme déterministe comme dans CPM : un déterminisme qui handicape le probabilisme de PERT. Il en résulte que la durée totale du projet dans PERT est en général plus petite et jamais plus grande que la durée réelle du projet au temps *t*. C'est ce qui fait dire à Soroush (1994) que l'approche classique dans le PERT conventionnel ignore le fait que le probabilisme des durées des activités donne de fortes chances à une pluralité de chemins de devenir potentiellement critiques et de ce fait, conduit à une estimation plutôt excessivement optimiste de la probabilité de compléter le projet à temps. C'est là une *première source d'erreur.*

b) Le parallélisme des chemins

Le parallélisme a tendance à causer un biais de la durée totale du projet vers la gauche de la distribution. La distribution de la durée totale du projet étant normale en vertu du théorème central limite, donc symétrique, ce biais peut être significativement important. En général, plus il y a de parallélisme dans le réseau, plus grande est l'erreur ou la variance de délai dans le calcul du temps de réalisation du projet et plus les durées des chemins du réseau sont proches, plus le biais est important (Archibald et Villoria, 1967; Ika, 2004).

c) L'interdépendance des chemins ou la corrélation des chemins

Deux ou plusieurs chemins peuvent partager des activités en commun. Ils sont donc interdépendants ou corrélés. Les chemins du réseau ne sont donc pas toujours indépendants du point de vue de leur durée, comme le présuppose PERT dans la détermination du chemin critique. Par conséquent, si un chemin a une très grande durée, les autres chemins qui ont avec lui des activités en commun pourraient peut-être avoir une longue durée aussi. Ang, Abdelnour et Chaker (1975) font remarquer que la corrélation entre deux chemins P_i et P_j est toujours positive. En effet leur coefficient de corrélation est :

$$\rho_{ij} = \frac{\sum \sigma_k^2}{\sigma_i * \sigma_j} \quad \forall \quad A_k \in (P_i \cap P_j) \qquad A_k \text{ étant une activité commune} \qquad \textbf{(2)}$$

La corrélation a pour effet de réduire le parallélisme dans le réseau compte tenu du nombre élevé d'activités et de chemins du réseau. Il s'ensuit que le parallélisme et la corrélation n'ont pas la même incidence sur le calcul de la durée totale du projet et de sa variance. Archibald et Villoria (1967) précisent en effet que la corrélation tend à compenser le biais du parallélisme (dans tous les cas elle a tendance à en diminuer l'ampleur) de sorte que si un grand nombre de chemins sont parallèles ou possèdent peu d'activités en commun, la durée espérée du projet et sa variance peuvent être fortement biaisées. Inversement, plus les chemins partagent un grand nombre d'activités en commun (c'est-à-dire sont fortement corrélés ou interdépendants), plus l'erreur tend à baisser.
Est-il possible de corriger ou de réduire ces erreurs dans l'analyse de la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins pour plus de précision ? C'est à cette question que la méthode suivante proposée par Ika (2004, pp. 8 - 10) tente de répondre.

II) Une méthode pour l'analyse de la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins

Voici en quelques lignes les prémisses pour réaliser une telle analyse :

Prémisse 1 : Une technique du PERT avec deux estimations

Le PERT avec deux estimations a l'avantage de simplifier l'analyse du risque de retard du projet sans pour autant en affecter les paramètres et offre l'opportunité d'une approche combinée PERT/CPM de gestion des délais/coûts du projet, quel que soit son environnement probabiliste ou déterministe. En raison des difficultés énormes éprouvées par les gestionnaires de projet pour obtenir l'estimation du temps le plus probable qui semble être, en dernière analyse, le temps le plus improbable, Golenko - Ginzburg (1988) suggère un PERT avec deux estimations (a) et (b) et démontre les formules suivantes des durées espérées et des variances :

$$te = 0.2(3a + 2b) \text{ et } s^2 = 0.04(b-a)^2 \qquad \textbf{(3)}$$

où (a) et (b) sont respectivement les durées de réalisation optimiste et pessimiste des activités.

Prémisse 2 : L'approche combinée PERT/CPM et l'analyse du compromis entre allocation de ressources et risque de retard du projet

Elle repose sur l'hypothèse que les temps espérés calculés dans PERT sont pour PERT ce que les temps normaux sont pour CPM et la durée minimale d'une activité est pour CPM ce que la durée optimiste est pour PERT (MacLeod et Petersen, 1996). Avec une telle hypothèse, il est désormais possible de bénéficier de l'analyse du compromis coût/durée que seul CPM permet et d'évaluer les chances de compléter le projet à temps, ce qui n'est possible qu'avec PERT et de calculer les effets de l'allocation de ressources supplémentaires sur la probabilité de compléter le projet à temps.

Prémisse 3 : La prise en compte de l'hypothèse de dépendance statistique des durées des chemins dans la détermination de la durée totale du projet et de sa variance

Elle va permettre de donner plus de validité à l'outil de mesure qu'est la probabilité de compléter le projet à temps. Pour cet article, la solution PNET (Ang, Abdelnour et Chaker, 1975) sera utilisée.

Prémisse 4 : La construction d'un intervalle de confiance autour du PMB (*Performance Measurement Baseline*) en contexte d'interdépendance des durées des chemins.

Elle a l'avantage de permettre au gestionnaire de projet de voir si les variances de délai (V – P) sont si significatives pour hypothéquer les chances de compléter le projet à temps. Il devra alors en détecter les causes et apporter les mesures correctives. L'intervalle de confiance autour du PMB (Le PMB ou coût planifié P, abstraction faite des provisions et des frais généraux, est directement relié à la valeur acquise V) a de plus l'avantage de permettre d'exprimer la marge d'erreur associée à l'utilisation du PMB comme instrument de mesure de la performance des projets. Une telle prémisse est essentiellement basée sur les délais et est donc *« centrée » sur les délais* (Robinson, 1997).

Prémisse 5 : Distribution de probabilités de la valeur acquise

Elle permet au gestionnaire de projet d'estimer la probabilité d'obtenir tel montant de valeur gagnée à un temps t donné. Une telle prémisse privilégie les activités et la distribution du nombre d'activités. Elle est donc *« centrée » sur les activités* (Robinson, 1997).

III) Application de l'analyse améliorée de la valeur acquise : traitement numérique d'un exemple concret

Dans cette partie, nous analysons, à travers un exemple d'application, la valeur acquise dans les conditions d'une distribution bêta de la durée des activités, de la loi des grands nombres, de l'hypothèse de dépendance statistique des chemins et d'un PERT avec deux estimations.

Compte tenu des prémisses (1) et (2), nous empruntons à MacLeod et Petersen (1996) les résultats de son analyse du compromis entre allocation de ressources et risque de retard du projet. Ceci permet de démontrer qu'une telle analyse s'insère bien dans celle de la valeur acquise. La solution PNET de Ang, Abdelnour et Chaker (1975) va permettre de satisfaire la prémisse 3. La contribution de Robinson (1997) quant à elle permettra de satisfaire les prémisses 4 et 5. D'abord, voici l'énoncé du problème résolu par MacLeod et Petersen (1996) :

Une compagnie d'électricité souhaite construire une centrale électrique en 55 mois. Le tableau 1 résume les données de base dont dispose le gestionnaire de projet et le réseau du projet est le suivant:

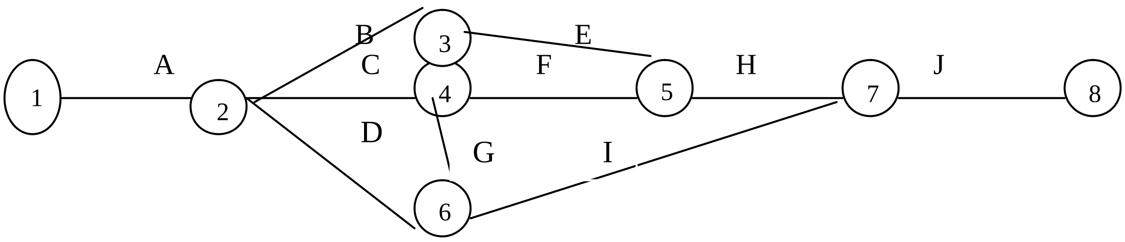

Figure 1. Réseau du projet
Tableau 1. Données de base du projet [1]

Données initiales					Données calculées			Coût par mois	
Tâches	Sommet 1	Sommet 2	a	b	m	te	σ	Coût normal	Coût accéléré
A	1	2	10	16	12.00	12.40	1.44	20 000	30 000
B	2	3	2	36	13.33	15.60	46.24	5 000	7 500
C	2	4	1	5	2.33	2.60	0.64	5 000	7 500
D	2	6	2	4	2.67	2.80	0.16	10 000	15 000
E	3	5	8	20	12.00	12.80	5.76	105 000	157 000
F	4	5	15	30	20.00	21.00	9.00	400 000	600 000
G	4	6	3	8	4.67	5.00	1.00	10 000	15 000
H	5	7	2	8	4.00	4.40	1.44	15 000	22 500
I	6	7	6	12	8.00	8.40	1.44	10 000	15 000
J	7	8	4	14	7.33	8.00	4.00	2 000	3 000

Pour notre exemple, nous avons supposé que le théorème central limite s'applique bien que la contrainte de 30 tâches et plus ne soit pas satisfaite. En pratique cependant, vu qu'on est souvent confronté à de gros projets, la contrainte de 30 tâches et plus ne sera pas restrictive.

Étape 1 : Détermination de la probabilité de compléter le projet à temps

Dans cet exemple, les données de base du PERT (a), (m), (b) vont permettre de calculer les durées espérées respectives des 4 chemins du réseau soit P1 = ABEHJ; P2 = ACFHJ, P3 = ACGIJ et P4 = ADIJ. Les durées espérées respectives des 4 chemins étant T_1 = 53.20 mois ; T_2 = 48.40 mois ; T_3 = 36.40 mois et T_4 = 31.60 mois, le **chemin critique** est donc P_1 soit le chemin A B E H J. Les probabilités respectives de compléter le projet dans les délais de 55 mois impartis sont de 59.30%, 94, 75%, 100% et 100%.
On peut remarquer que : $p\ (T_1 \leq 55) = \min\ p\,(T_i \leq 55)$. Ce qui est prévisible car P_1 le chemin critique a la plus grande durée espérée du réseau. En effet, il comprend l'activité B qui a la plus grande durée espérée et la plus grande variance de tout le projet.

[1] L'exemple est tiré de l'article de MacLeod et Petersen (1996). Le temps le plus probable est calculé avec la formule m = (2a + b) /3 et le temps espéré par la formule te = 0.2 (3a + 2b) en vertu de la prémisse (1)

Par ailleurs, on peut observer facilement que les 4 chemins pris 2 à 2 ont 2 à 3 activités en commun. Les chemins du réseau sont donc **interdépendants** et on peut envisager l'application de l'algorithme du PNET au réseau pour prendre en compte la dépendance statistique des chemins.

Étape 2 : Détermination de la probabilité de compléter le projet à temps en vertu du PNET

La méthodologie stochastique PNET développée par Ang, Abdelnour et Chaker (1975) permet d'établir une limite inférieure (LI) et une limite supérieure (LS) pour borner la probabilité de réaliser le projet à temps. Ce qui donne l'intervalle suivant :

$$\prod p(T_i \leq t) \leq p(T^* \leq t) \leq \min \; p(T_i \leq t) \qquad \textbf{(4)}$$

où T_i est la durée totale espérée du chemin i et T* la durée totale espérée du projet, i = 1, 2, …n. (LI) et (LS) donnent respectivement les estimations pessimiste et optimiste du temps de réalisation du projet. Pour les détails de l'algorithme du PNET, voir annexe 1, p.15. Le tableau **(3)** obtenu à l'aide des données du tableau **(2)** donne la matrice de corrélation des chemins.

Tableau 2. Durées espérées et écarts-types des sous-projets P_1**,** P_2**,** P_3 et P_4 **avant l'allocation**

Chemin P_i	Durée espérée T_i	Variance σ^2	Écart-type σ
P_1	53.20	58.88	7.67
P_2	48.40	16.52	4.06
P_3	36.40	8.52	2.92
P_4	31.60	7.04	2.65

Le calcul des coefficients de corrélation des chemins r_{ij} soit par exemple r_{12} pour les chemins P_1 et P_2 est le suivant : r_{12} = $(\sigma_A^2 + \sigma_H^2 + \sigma_J^2)/(\sigma_1 \,.\, \sigma_2)$; A, H et J étant les tâches qui appartiennent à la fois à P_1 et à P_2. D'où r_{12} = (1.44 +1.44 + 4) /(7.67) (4.06) = .22.

Tableau 3. Matrice des corrélations $r_{ij} = \dfrac{\sum s_k^2}{s_i . s_j}$ (k = 1, …3 activités communes à P_i et P_j)

i \ j	***1***	***2***	3	4
1	1.00	.22	.24	.27
2		1.00	.51	.51
3			1.00	.89
4				1.00

Dans la matrice des corrélations, les chemins les plus significatifs sont ceux qui ont les plus grandes durées espérées. Les chemins représentatifs (dans la terminologie du PNET) sont P_1 et P_2. Ce résultat était également prévisible dans la mesure où P_1 et P_2 sont de loin les chemins les plus longs du réseau.

En vertu du PNET, la probabilité de compléter le projet en 55 mois est alors :
$p\ (T^* \leq 55) = \Pi\ p(T_i \leq 55) = (.5930)\ (.9475) = .5619$ soit 56.19%, contrairement à 59.30% d'après les estimations du PERT classique, avec i = 1, 2. L'erreur commise est alors de : (59.30 – 56.19) / 59.30 = .0525 soit 5.25%.

Une fois la probabilité de réaliser le projet à temps **corrigée**, on peut donc l'apprécier et procéder le cas échéant à une allocation de ressources supplémentaires pour améliorer les chances de livrer le projet en 55 mois. L'objectif est donc de faire tendre la probabilité $p(T^* \leq 55)$ vers 1.

Étape 3 : L'allocation de ressources supplémentaires

L'algorithme de MacLeod et Petersen (1996) va permettre de réaliser l'allocation de ressources supplémentaires pour accélérer le projet (voir annexe 2, p. 18 pour les étapes de l'algorithme).
L'activité critique la moins coûteuse est J (voir tableau 1, données sur le coût par mois). On peut donc lui allouer des ressources additionnelles pour en réduire la durée autant de mois que possible jusqu'à ce que son temps de réalisation optimiste soit égal à son temps pessimiste ou que $b - a \leq 2.5$ et ceci sans que le chemin critique ne change. Réduisons alors J de 4 mois. Les tableaux **(4)** et **(5)** résument les résultats après l'allocation de ressources à l'activité J.

Tableau 4. Durées espérées et écarts-types des sous-projets P_1, P_2, P_3 et P_4 **après réduction de J**

Chemin P_i	Durée espérée T_i	Variance σ^2	Écart-type σ
P_1	49.2	54.88	7.41
P_2	44.4	12.52	3.54
P_3	32.4	4.52	2.13
P_4	27.6	3.04	1.74

Tableau 5. Probabilités calculées après allocation de ressources supplémentaires à la tâche J

$p\ (T_1 \leq 55)$	$p\ (T_2 \leq 55)$	$p(T_3 \leq 55)$	$p(T_4 \leq 55)$
78.20%	99.90%	100%	100%

A ce stade de l'analyse, il faut encore corriger la probabilité de réaliser le projet à temps et donc utiliser l'algorithme du PNET. En effet, l'analyse de MacLeod et Petersen (1996) suppose implicitement l'hypothèse d'indépendance des durées des chemins dans le réseau. En raison de la prémisse (3) nous avons dû reprendre l'analyse pour prendre en compte la dépendance des durées des chemins dans la détermination de la durée totale espérée du projet et de sa variance. Il a en fait suffi, pour cela, de corriger la probabilité de compléter le projet à temps, avec l'algorithme du PNET, avant l'allocation de ressources et à chaque stade du processus d'allocation de ressources supplémentaires. Voici la matrice des corrélations après réduction de J :

Tableau 6. Matrice des corrélations après réduction de J.

i \ j	*1*	*2*	*3*	4
1	1.00	.11	.09	.11
2		1.00	.28	.23
3			1.00	.78
4				1.00

Les chemins représentatifs du réseau sont désormais P_1, P_2 et P_3. En vertu du PNET, la probabilité de compléter le projet dans les 55 mois est : $p(T^* \leq 55) = p(T_1 \leq 55) \times p(T_2 \leq 55) \times p(T_3 \leq 55)$
$= (.7820)\,(.999)(1) = 0.7812$ ou 78.12%,
contrairement à 78.20 % dans PERT classique. L'erreur est relativement négligeable dans ce cas.

Une fois la probabilité calculée, on peut poursuivre le processus d'allocation de ressources et ainsi accélérer dans cet ordre, B, C et puis H qui sont respectivement les activités les moins coûteuses[3].

Étape 4 : Analyse de la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins : la construction d'un intervalle de confiance autour de la valeur acquise

En se basant sur les travaux de Robinson (1997), l'approche recommandée est la suivante : éliminer par une passe arrière le long du chemin critique, une activité à la fois, et calculer chaque fois, la durée totale espérée du sous- projet obtenu et sa variance pour déterminer la probabilité de le compléter en dedans du temps t donné $p(T^* \leq t)$ et la valeur gagnée au temps t donné V (t). Robinson (1997) précise qu'en pratique, seuls les sous- projets stratégiques du chemin critique devront faire l'objet d'un suivi particulier afin de faciliter les calculs. En supposant que le sous- projet obtenu est la seule séquence d'activités complétées et en considérant l'hypothèse de linéarité des coûts des activités, on peut calculer V (t) de la manière suivante :

$$V(t) = \sum c_k t_k \ , \qquad (5)$$

où c_k désigne le coût moyen par mois de l'activité A_k du projet et t_k sa durée après allocation de ressources.
c_k étant une constante, V(t) est à l'instar de la durée totale du projet, une variable aléatoire normale de paramètres :

[3] Pour les résultats de l'analyse du compromis entre allocation de ressources et risque de retard du projet dans l'hypothèse d'interdépendance des durées des chemins dans le réseau, consulter les tableaux 7, 8 et 9 de l'annexe 1, p. 14 de ce document.

$$m = V(t) = \sum c_k t_k \quad \text{et} \quad s_V^2 = \sum c_k^2 s_k^2 \qquad \textbf{(6)}$$

Compte tenu de l'hypothèse selon laquelle, le PMB est la valeur espérée des valeurs acquises V(t) à une date t donnée, soit $PMB(t) = \sum p(T_i \leq t) \times V(t)$, l'intervalle de confiance du PMB est alors le même que celui de la valeur gagnée V. L'intervalle de confiance du PMB construit est bien sûr un intervalle de confiance de la moyenne puisque le PMB est la valeur espérée des V.

En vertu de la prémisse (4), on peut construire un intervalle de confiance autour du PMB[4].

L'intervalle de confiance du PMB est un intervalle pour lequel on fait confiance au gestionnaire de projet pour prendre des décisions sur la base du PMB. A la lumière des résultats du tableau (6), le gestionnaire de projet pourrait dire par exemple: « Je pense que l'intervalle 1 772 799 $\pm$ 417 231 contient le PMB si l'on s'attend à une valeur gagnée d'environ 1 783 500 $, mais je peux me tromper ; en général quand je fais de telles affirmations, je me trompe dix fois sur cent.»

Étape 5 : Distribution de probabilités de la valeur acquise

Distribution de probabilités du nombre d'activités complétées sur les chemins P_1, P_2, P_3 et P_4

P_1 = A B E H J étant le chemin critique, lorsqu'on considère les durées respectives des tâches A, B, E, H et J et plus précisément les durées des sous- projets A, A B, A B E, A B E H et A B E H J soit 12.4; 23; 35.8; 38.2 et 42.2 mois, on peut retenir les valeurs entières suivantes pour la variable t donnant la distribution du temps de réalisation des tâches du projet : 13; 23; 36; 39; 43 mois. La probabilité de compléter exactement r tâches sur un chemin quelconque P_i, r = 0,…,5 est :

$$p\left[N_i(t) = r\right] = p\left[Z \geq \frac{(t - m_{ir+1})}{s_{ir+1}}\right] - p\left[Z \geq \frac{(t - m_{ir}}{s_{ir}}\right] \qquad \textbf{(7)}$$

où Z désigne la loi normale centrée réduite et μ_{ir} et σ_{ir} les durées espérées et les écarts- types respectifs du temps de réalisation de r tâches successives le long du chemin P_i.[5]

Distribution de probabilités du nombre d'activités complétées sur le projet dans son ensemble

Tenir compte de l'interdépendance des durées des chemins, c'est accepter de faire face à la résolution du problème d'analyse combinatoire posé par la détermination de la probabilité de réaliser exactement r tâches sur tout le projet. À l'examen du réseau du projet (fig.1), on peut constater que, les 4 chemins partagent les activités A et J soit la première et la dernière activité du projet. De plus, les chemins P_1 =A BEH J et P_2 = A C F H J, par exemple, ont les activités A, J et H en commun. Pour résoudre le problème d'analyse combinatoire posé par l'énumération de toutes les combinaisons envisageables, nous avons conçu un petit programme en Borland C++. Un simple calcul de dénombrement donne : 5* 5 *5 *4 = 500 combinaisons au total. Des contraintes évidentes, existent cependant.
Étant donné que r tâches devront être exactement complétées sur l'ensemble du projet quel que soit le chemin P_i, il est raisonnable de considérer que dans les distributions de probabilités du nombre d'activités entièrement complétées sur chaque chemin au temps t, les probabilités de réaliser exactement r_i activités

4 Consulter le mémoire déposé à l'UQO pour les résultats pour le projet étudié

5 Les calculs sont récapitulés dans des tableaux donnant les distributions de probabilités des chemins P_1, P_2, P_3 et P_4 respectivement. Consulter le mémoire déposé à l'UQO à cet égard.

sur un chemin P_i donné ne sont pas nulles. Évidemment si elles étaient nulles, il n'y aurait aucune chance d'avoir exactement r_i activités complétées au temps t donné sur le chemin P_i. En d'autres termes, dans le programme, seuls comptent les entiers naturels r_i tels que $p[N_i(t) = ri] \neq 0$.
Par ailleurs, il est à remarquer que si $r_1 = 0$ au temps t, en d'autres termes si aucune activité n'est complétée sur P_1, alors $r_2 = r_3 = r_4 = 0$ c'est - à - dire qu'aucune activité n'est complétée sur l'ensemble du projet. Si l'un au moins des $r_i = 0$, alors tous les r_i sont nuls. En effet si $r_1 = 0$ par exemple, la première activité du réseau n'aura même pas été complétée au temps t ! Par conséquent le programme devra énumérer toutes les combinaisons de nombres non nuls r_i d'activités. Il convient de préciser que les entiers r_i sont tels que les tâches en question peuvent être arrangées avec répétition.

a) Formulation du problème

Pour t = 13 *Pour t = 23* *Pour t = 36* *Pour t = 39* *Pour t = 43*

$$\begin{Bmatrix} r_1 = 1, 2 \\ r_2 = 1, 2 \\ r_3 = 1, 2 \\ r_4 = 1, 2 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} r_1 = 1 \\ r_2 = 2 \\ r_3 = 3, 4 \\ r_4 = 2, 3, 4 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} r_1 = 2, 3, 4, 5 \\ r_2 = 2, 3, 4, 5 \\ r_3 = 4, 5 \\ r_4 = 4 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} r_1 = 2, 3, 4, 5 \\ r_2 = 2, 3, 4, 5 \\ r_3 = 5 \\ r_4 = 4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} r_1 = 2, 3, 4, 5 \\ r_2 = 3, 4, 5 \\ r_3 = 5 \\ r_4 = 4 \end{Bmatrix}$$

Une fois le programme informatique conçu, on peut l'exécuter pour générer les différentes combinaisons permettant de déterminer la probabilité de réaliser exactement r tâches sur l'ensemble du projet[6].

b) Analyse des résultats du programme

En jetant un regard critique sur les combinaisons obtenues, il est facile de se rendre compte qu'elles négligent les relations de précédence entre les activités du projet. Il faut donc envisager l'analyse des combinaisons, l'antériorité naturelle de certaines tâches par rapport à d'autres étant une contrainte primordiale. Par conséquent, toute combinaison qui ne respecte pas les relations de précédence est irréalisable et devra être rejetée.

Par exemple, l'analyse des combinaisons obtenues aux différents temps t au regard des relations de précédence révèle qu'au temps t = 23, la combinaison (2,2,3,3) correspond à AB AC ACG ADI. Or une fois que ADI est réalisé sur le chemin P_4, l'activité I l'est également sur le chemin P_3 et donc $r_3 = 4$. Il en résulte que la combinaison (2,2,3,3) où $r_3 = 3$ est absurde. Elle est donc rejetée. Au total, les combinaisons pertinentes pour le problème sont :

t = 13

(1,1,1,1) soit A A A A soit A
(1,1,1,2) soit A A A AD soit A D
(1,2,2,1) soit A AC AC A soit A C
(1,2,2,2) soit A AC AC AD soit A C D

[6] Pour une liste de toutes les combinaisons possibles pour chaque temps t, consulter le mémoire déposé à l'UQO.

t = 23

(1,2,3,2) soit A AC ACG AD soit A C D G
(1,2,4,3) soit A AC ACGI ADI soit A C D G I
(2,2,3,2) soit AB AC ACG AD soit A B C D G
(2,2,4,3) soit AB AC ACGI ADI soit A B C D G I

t =36, t = 39 et t = 43

(5,5,5,4) soit ABEHJ ACFHJ ACGIJ ADIJ ou encore tout le projet.

À ce stade de l'analyse, nous pouvons entreprendre de calculer les probabilités sur tout le projet.

c) *Calcul des probabilités et de la valeur gagnée à chaque temps t pour tout le projet*

- *Au temps t =13, par exemple*

Bien que la combinaison (0,0,0,0) n'ait pas été dans le programme, il faut en tenir compte dans le calcul des probabilités. Elle se réalise si aucune activité n'est complétée. p(0,0,0,0) est donc le produit des probabilités $p(r_i = 0)$.
En particulier, au temps t = 13, $p(0,0,0,0) = (.309)^4 = .009$.
Le calcul de la probabilité p(1,1,1,1) requiert, selon nous, de la part du gestionnaire de projet, une attitude prudente. Cela revient à prendre le minimum des probabilités $p(r_1 =1)$, $p(r_2 = 1)$, $p(r_3 =1)$ et $p(r_4 =1)$. Il pourrait également choisir d'adopter une attitude optimiste et prendre le maximum de ces probabilités. Comme le montre l'expression **(4)**, il existe une estimation pessimiste et une estimation optimiste de la probabilité de compléter le projet. Le choix de l'une ou l'autre des deux alternatives devra être, à notre avis, laissé à la discrétion du gestionnaire de projet à partir de son comportement face au risque.
Cependant, dans le cas de notre exemple, nous appliquerons le critère du minimum des probabilités (et donc adopterons une attitude prudente) dans la détermination des probabilités de réalisation des différentes combinaisons. Cela permettrait, selon nous, d'envisager le maximum de risque encouru et éviterait de retenir une estimation plutôt excessivement optimiste que l'on reproche d'ailleurs trop souvent au PERT conventionnel. Ce choix reflète certes une aversion au risque, mais nous estimons qu'en de pareilles circonstances où le contrôle du gestionnaire sur l'environnement du projet est assez limité, il est plutôt préférable de ne pas se montrer trop optimiste pour se faire frapper de plein fouet par des imprévus difficilement surmontables en cours d'exécution du projet. Les résultats obtenus suite à ce choix sont les suivants:

p(1,1,1,1) = min (.691, .482, .482, .651) soit p(1,1,1,1) = .482
La combinaison (1,1,1,2) correspond à AD. On en déduit alors que $p(1,1,1,2) = p(r_4 =2)$ soit p(1,1,1,2) = .040.
De même, $p(1,2,2,1) = p(r_3 = r_4 = 2) = .209$.
La combinaison (1,2,2,2) correspond à (AC, AD). p(1,2,2,2) = min(.209, .040) = .040.
S'il existe δ combinaisons (r_1, r_2, r_3, r_4) qui satisfont à l'égalité $r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 0, 1,\ldots,10$ tâches distinctes exactement complétées à un temps t donné sur tout le projet, alors :

$$p[N(t) = r] = \sum_{1}^{d} p\ (r_1, r_2, r_3, r_4) \qquad \textbf{(8)}$$

Dans ce cas, la valeur gagnée au temps t pour les r tâches entièrement complétées est :

$$V(t,r) = \frac{\sum_{1}^{d} V(r_1, r_2, r_3, r_4) \times p(r_1, r_2, r_3, r_4)}{p[N(t) = r]} \qquad \textbf{(9)}$$

C’est - à –dire la moyenne pondérée des valeurs gagnées respectives des différentes combinaisons donnant exactement r tâches entièrement complétées au temps t.
Il en est de même de la valeur gagnée espérée au temps t, E[V(t)] qui est également une moyenne pondérée des V(t, r) à chaque temps t :

$$E[V(t)] = \frac{\sum V(t,r) \times p[N(t)=r]}{\sum p[N(t)=r]} \qquad \textbf{(10)}$$

Les formules de $p[N_i(t)=r]$, de V(t) et de E[V(t)] sont programmables de sorte que, lorsque la taille du projet l’exige, trois programmes permettront de calculer leurs valeurs à chaque temps t. En ce qui concerne l’exemple que nous traitons, de tels programmes ne sont pas nécessaires en raison du nombre limité de calculs à faire.
Par exemple, la probabilité de compléter entièrement et exactement 2 tâches sur tout le projet au temps t = 13 est : p[N(13) = 2] = p(1,1,1,2) + p(1,2,2,1)
= .040 + .209 = .249
La valeur gagnée correspondante est alors : V(13, 2) = [276 000 (.040) + 263 500 (.209] / .249 = 221 171.
De façon analogue, on obtient p[N(23) = 5] = .377 et V(23, 5) = 425 741

Les calculs sont récapitulés dans le tableau 10 de l’annexe 2, p. 15 qui donne la distribution de probabilités de l’ensemble du projet.

Conclusion

L'analyse de la valeur acquise est un outil puissant de mesure de la performance des projets. Elle repose sur une planification de base PERT / CPM. Que ce soit les erreurs liées aux données de base PERT / CPM ou celles liées à la configuration particulière des réseaux dans PERT, elles peuvent compromettre l’obtention d’une bonne mesure de la valeur acquise. L’hypothèse d’indépendance des durées des chemins est sujette à des erreurs non négligeables.

La solution PNET a permis de réduire de telles erreurs et de reprendre l’analyse de la valeur acquise en contexte d’interdépendance des chemins, dans les conditions d’un PERT avec deux estimations. Il a donc été possible d’apprécier, d’un point de vue théorique, la significativité des variances de délai et les probabilités de réalisation de la valeur acquise à tout instant. La méthode illustrée, même si elle démontre qu’une analyse de la valeur acquise est possible dans les conditions de dépendance statistique des durées des chemins et d’un PERT avec deux estimations, a cependant des limites.

L’analyse du compromis coût / durée n’est pas adéquate pour les activités pour lesquelles l’ajout de ressources supplémentaires n’aide pas à les accélérer. L’hypothèse de linéarité du coût des activités est aussi restrictive car elle ne considère pas le cas des activités pour lesquelles le débours est encouru seulement en fin de réalisation.

Un autre problème qui pourrait biaiser les résultats de l’analyse de la valeur acquise lorsqu’elle est utilisée avec PERT / CPM pour apprécier la performance, n’a pas non plus été abordé ici. Si PERT / CPM repose sur l’hypothèse que l’efficience ou la non efficience réalisée dans le passé ne se réalisera pas dans le futur et que la performance du passé n’est pas un indicateur de la performance du futur, dans l’analyse de la valeur acquise, cette dernière est prédite sur la base de la performance du passé (Anbari, 2003, p.20). Cette apparente contradiction peut faire en sorte que même dans le cas d’un PERT / CPM débarrassé des erreurs qui entachent la détermination de la durée totale espérée et de la variance du projet, l'analyse de la valeur acquise donne des résultats contrastés.

Mais le plus important peut-être, c'est que la solution PNET pose un problème d'analyse combinatoire complexe et des hypothèses restrictives et on peut se demander quel est le gain éventuel par rapport à la simulation de Monte Carlo qui exige les mêmes paramètres fournis dans la méthode proposée ici : les valeurs optimistes, plus probables et pessimistes des durées des activités. Dans le cadre d'une future recherche, il serait fortement indiqué d'appliquer la simulation de Monte Carlo à notre exemple et de discuter l'efficacité des deux méthodes. On pourrait penser en recommander d'un point de vue pratique l'utilisation avec des solutions informatiques. Mais les techniques les plus précises par opposition aux plus simples, quoique plus fiables pèchent par leur complexité tant du point de vue conceptuel que du point de vue des calculs (Mummolo, 1997). Les gestionnaires de projet sont donc assez sceptiques quant à l'utilisation des techniques quantitatives les plus robustes et il est justifié de croire qu'ils le seront encore plus s'il s'agit de problèmes plus abstraits que l'incertitude notamment la dépendance statistique (Van Dorp et Duffey, 1999). De plus, dans le cadre de l'optique « centrée sur les délais », nous avons supposé que le sous- projet obtenu en éliminant par une passe arrière le long du chemin critique, une activité à la fois, est la seule séquence d'activités entièrement complétées. Cette hypothèse semble négliger les relations de précédence entre les différentes activités et pourrait biaiser la détermination des valeurs acquises des sous-projets considérés. Il serait intéressant d'étudier plus amplement la question.

Par ailleurs, nous avons constaté que le calcul des probabilités de réaliser exactement r tâches à un temps t donné à la grandeur du projet offrait deux alternatives : une attitude prudente, celle que nous avons recommandée, qui est de prendre le minimum des probabilités de réaliser r tâches sur chacun des chemins du réseau et une attitude optimiste où l'on devrait accepter le maximum des probabilités. À cet égard, il serait fort intéressant de préciser dans quelle mesure l'une ou l'autre des deux alternatives serait la meilleure du point de vue de la précision des probabilités et, le cas échéant, se prononcer sur l'éventualité, la vraisemblance et le réalisme d'une alternative intermédiaire qui prendrait en compte les préférences du gestionnaire de projet, décideur en état d'incertitude partielle notamment son attitude (aversion, indifférence ou goût) face au risque.

Annexe 1 : Résultats après l'allocation des ressources supplémentaires

Tableau 7. Durées espérées et écarts-types des activités et des chemins du projet après l'allocation de ressources supplémentaires

Activités	te	Variance σ^2	Écart-type σ
A	12.40	1.44	1.2
B	10.60	18.49	4.3
C	1.60	.09	0.3
D	2.80	.16	0.4
E	12.80	5.76	2.4
F	21	9.00	3
G	5	1.00	1
H	2.40	.04	0.2
I	8.40	1.44	1.2
J	4.00	.00	0
Chemins			
P_1	42.20	25.73	5.07
P_2	41.40	10.57	3.25
P_3	31.40	3.97	1.99
P_4	27.6	3.04	1.74

Tableau 8.Chemin critique et probabilité de compléter le projet en 55 mois après réduction

Chemin critique	P_1 = A B E H J
Objectif de temps	55 mois
Probabilité de réalisation	99.40%
Cote Z	2.525

Tableau 9. Coûts totaux accélérés et coûts moyens mensuels après allocation

Activités	Pente de coût initial	te normal	Coût initial	Pente de coût accéléré	te accéléré	Coût accéléré	Coût total	Coût Moyen par mois
A	20 000	12.40	248 000				248 000	20 000
B	5 000	10.60	53 000	7 500	5	37 500	90 500	5 800
C	5 000	1.60	8 000	7 500	1	7 500	15 500	5 960
D	10 000	2.80	28 000				28 000	10 000
E	105 000	12.80	1 344 000				1 344 000	105 000
F	400 000	21	8 400 000				8 400 000	400 000
G	10 000	5	50 000				50 000	10 000
H	15 000	2.40	36 000	22 500	2	45 000	81 000	18 410
I	10 000	8.40	84 000				84 000	10 000
J	2 000	4	8 000	3 000	4	12 000	20 000	2 500

Annexe 2: Distribution du nombre d'activités complétées sur l'ensemble du projet

Tableau 10. Distribution de probabilités de tout le projet

Temps t	N(t) = r	p[N(t) = r]	V(t, r)	E[V(t)]
0	0	1.000	0	0
13	0	.009	0	238 805
	1	.482	248 000	
	2	.249	221 171	
	3	.040	291 500	
	…	0	291 500	
	10	0	291 500	
23	0	.000	0	352 593
	…	.000	0	
	4	.014	341 500	
	5	.377	425 741	
	6	.363	516 000	
	…	0	516 000	
	10	0	516 000	
36	0	.000	0	497 328
	…	0	0	
	10	.048	10 361 000	
39	0	0	0	2 383 030
	…	0	0	
	10	.230	10 631 000	
43	0	0	0	5 843 604
	…	.000	0	
	10	.564	10 361 000	

Références

Abdelnour, J., Ang, A. H-S, & Chaker, A.A (1975), Analysis of activity networks under uncertainty, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 101*, 373-87.

Anbari, F. (2003). Earned value project management method and extensions, *Project Management Journal*, vol 34, no 4, 12-23

Aquino, P. (1992), A PERT approach to cost risk analysis, *AACE 1992 Transactions*. F.4.1- F.4.7

Archibald, R.D, & Villoria, R.L. (1967), *Network-based management systems (PERT/CPM)*, New York: John Wiley&Sons.

Brown, J. W (1985). Evaluation of projects using critical path analysis and earned value in combination, *Project Management Journal*, special summer issue, 59-63

Van Dorp, J.R. &Duffey, M.R.(1999), Statistical dependence in risk analysis for projects networks using Monte Carlo methods, *International Journal of Production Economics*, *58*, 17-29

Fleming, Q.W., Koppelman (2000), *Earned Value Project Management*, 2nd edition, Project Management Institute

Golenko-Ginzburg, D. (1988), On the distribution of activity time in PERT, *Journal of Operational Research Society, XXXIX, vol. 39,* n^0*8*, 767 –771.

Hazebroucq, J-M., Badot, O. (1996). *Le management de projet*. Paris : Presses Universitaires de France

Ika, L.A., (2004). Analyse de la valeur acquise en contexte d'interdépendance des chemins : une avenue à explorer. *Actes du Congrès de l'association canadienne des sciences administratives (ASAC)*, Recherche opérationnelle, Québec.

Ika, L.A., (2000). Le PMB (Performance Measurement Baseline), un instrument efficace de mesure de performance dans l'intégration du PERT et du CPM, Mémoire de maîtrise en gestion de projet, UQO

Izuchukwu, J. (1990), Shortening the critical path, *Mechanical Engineering, vol 112,* n^0 2, *59-60*

MacLeod, K.R, & Petersen P.F. (1996), Estimating the tradeoff between resource allocation and probability of on – time completion in project management, *Project Management Jou*rnal, vol 27, n^0 1, 26– 33.

Mummolo, G. (1997), Measuring uncertainty and criticality in network planning by PERT-path technique, *International Journal of Project Management*, *15*, 377-387

Pham, T.G. (1985). The elusive budgeted cost of work performed for research and development projects, *Project Management Journal*, 76-79

Robinson, P.B (1997), The Performance Measurement Baseline- A statistical view, *Project Management Journal, vol 28*, n^o 2, 47 –52.

Soroush, H.M. (1994), The most critical path in a PERT network: A heuristic approach, European *Journal of Operational Research, vol 78*, n^{o}1, 93-105.

Vargas, R. V. (2003). Earned value analysis in the control of projects: success or failure? *AACE International Transactions*, CSC.21.1- 21.4